**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ** **ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра МОЭВМ**

**ОТЧЕТ**

**по лабораторной работе №4**

**по дисциплине «Элементы функционального анализа»**

**Тема: Продолжение функционала.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 1384 |  | Усачева Д. В. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2024

# Задание.

Вариант 17

Подпространство:

Функционал на :

# Основные теоретические положения.

Норму функционала можно вычислить как максимум его значений на аргументах с нормой не более единицы:



*Теорема Хана-Банаха*: линейный непрерывный функционал, заданный на подпространстве банахова пространства можно продолжить на все пространство с сохранением нормы.

*Теорема Рисса-Фишера*: любой функционал в гильбертовом пространстве можно отождествить с некоторым элементом в этом пространстве:



# Выполнение работы.

1. Вычисление нормы как функционала на .

Построим базис под функционал такой, что

.

Определим ,

Теперь проведём ортогонализацию Грама-Шмидта и нормирование полученных векторов:

Рассмотрим скалярное произведение:

Теперь, так как , имеет смысл для максимизации скалярного данного выражения взять , тогда

1. Вычисление нормы как функционала на .

Построим базис такой , что

– в подпространстве , но вне ядра функционала

– в подпространстве и в ядре функционала

– в подпространстве и в ядре функционала

– вне подпространства

Составим СЛУ для :

Решением будет ,

Для возьмём . Итак, .

СЛУ для одинаковы:

Тогда решением будет:

Для возьмём .

Для возьмём

Теперь составим СЛУ для :

Общее решение которой выглядит как .

Положим .

Ортонормируем полученный базис:

Теперь можно вычислить норму в : ,

Что меньше .

1. Продолжение функционала

Необходимо определить функционал на базисе такой, что

Тогда , что и требовалось.

Составим СЛУ для условий выше:

Решением которой является

Так, условия на сохранение нормы соблюдены и значение функционала будет совпадать со значениями функционала на подпространстве в силу поставленных на условий.